中華民國第 64 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組　工程學(一)科

佳作

052307

麥克納姆輪車直線 360 度全向控制與角度誤差之探討

學校名稱： 臺中市立臺中第一高級中等學校

作者：	指導老師：
高二 劉維元	陳俊榮

關鍵詞： 麥克納姆輪、PWM 全向控制、軌跡誤差

作品名稱：麥克納姆輪車直線360度全向控制與角度誤差之探討

摘要

近年來，餐飲業及飯店業引入自主移動機器人（AMR）提供服務，受到廣泛歡迎。優化移動限制和應用於電動車的可能性成為關注焦點。本研究探索與分析擁有卓越機動性的麥克納姆輪的合力方向，通過數學推導和實際控制方式的驗證，確認其18個方向移動的數學式；同時，針對麥克納姆輪的全向移動進行探討，建立360度直線移動的數學式，並利用 ESP32-S 單晶片成功實現數學式中速度的變化。此外，分析了不同變因對車子的影響，測試出麥克納姆輪適合的地面材質以及負重。

壹、研究動機

生活中，我注意到愈來愈多自主移動機器人(AMR)穿梭在餐廳，幫客人帶位、送餐；出現在飯店，幫客人遞送用品，不同於真人的新型態服務，帶來更多的新鮮感，同時也是不可擋的趨勢。隨著 AI 的風潮，愈來愈多產業引進機器人補足人力 的空缺，此種能在地面上自主移動的機器人，特別是輪式機器人，比較起其他類型的機器人，由於能符合市場需求，成本較低，因而被業者廣泛接受。引進機器人的同時，業者必須排除機器人移動時的限制，優化服務品質。此外，用於改良目前全球發燒話題的電動車，而影響移動的關鍵是輪子。
麥克納姆輪具有優異的機動性和運動靈活性，讓我想進一步探討它。

貳、研究目的

本研究的主要目的是探索麥克納姆輪的運動特性以擴充其應用潛力。在了解麥克納姆輪的特性後，進而分析四輪構成的小車之受力類型，利用向量矩陣分析麥克納姆輪的速度，找到最有效率的運行方式，有助於擴大麥克納姆輪的應用範圍。因此，本研究之目的如下：
一、分析麥克納姆輪四個輪子的等速運動數學式。

二、分析驗證現行麥克納姆輪四個輪子以等速時前進、後退、左移、右移、斜移（左前、右前、左後、右後）的合力分析與計算。

三、利用數學式進行麥克納姆輪車的速度分析。

四、數學驗證麥克納姆輪不等速時前進、後退、左移、右移、斜移 。

五、透過 WIFI 驅動控制系統，實現並驗證上述合力分析結果。

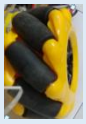
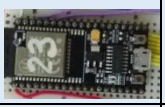
六、以 PWM 脈波寬度調變，實現 360 度直線全向控制。

七、測試麥克納姆輪車在前後、左右、旋轉時產生的誤差。

參、研究設備及器材

使用材料規格明細如表一：

表一： 材料表

編號	材料名稱	材 料 型 號	圖片	數量
01	麥克納姆輪	Mecanum Wheel 60mm		4
02	微控制器	ESP32-S		1
03	充電電池	NCR18650B		2
04	馬達驅動模組	L9110S		1
05	直流減速馬達	36mm DC Motor		4
06	車架板(透明)	壓克力板組件		1
07	手機	Android 系統		1

（以上圖片皆為研究者拍攝）

肆、研究過程或方法

一、研究流程：

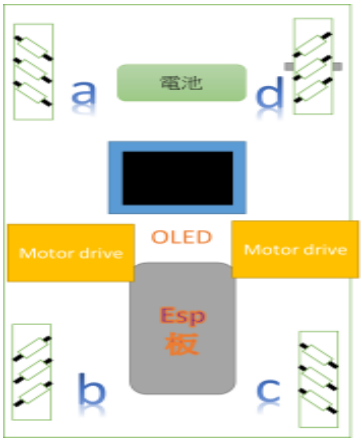




二、硬體系統配置

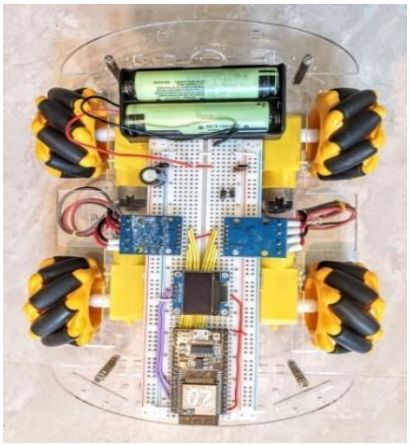
（一）硬體配置圖如下所示：

圖一：車體配置



圖一資料來源:研究者自行繪製

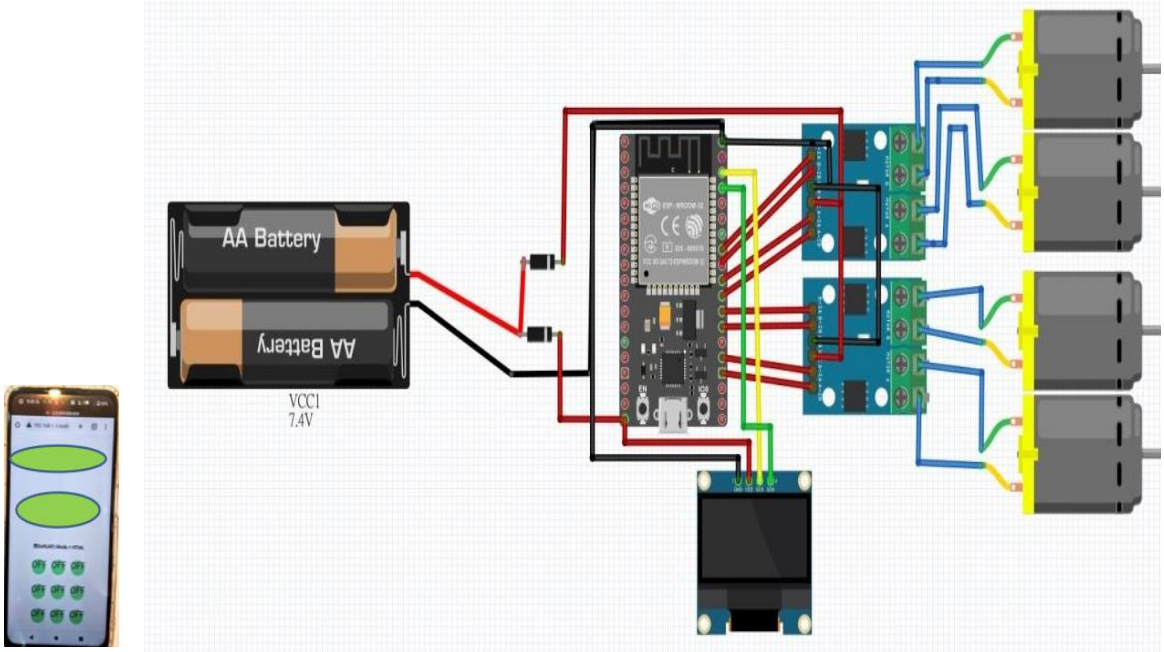
圖二：車體實體圖



圖二資料來源:研究者自行拍攝

（二）電路及面板：配置如下所示

圖三：系統電路及手機控制面板



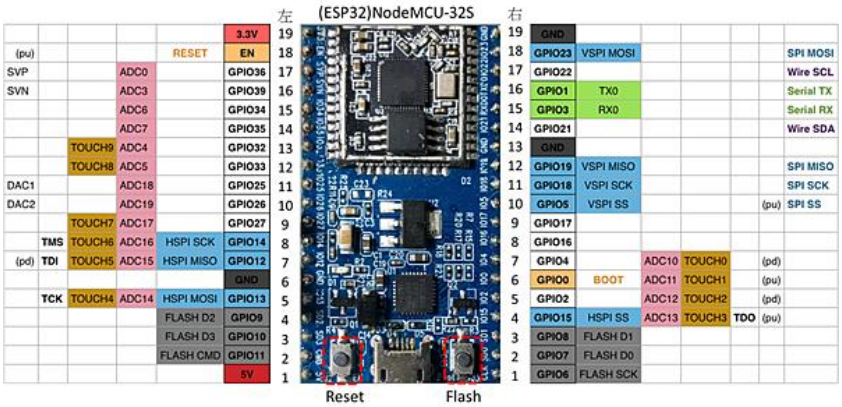
圖三資料來源:研究者自行繪製

（三）、CPU 主控器(ESP32-S)

1. 外觀接腳：

有關 ESP32-S 腳位，尤濬哲（2021）強調並非每一個腳位皆可任意使用，而是各有其功能，其編號標示如下，並依本研究所需功能，進行腳位選用。

圖四： ESP32-S 腳位圖

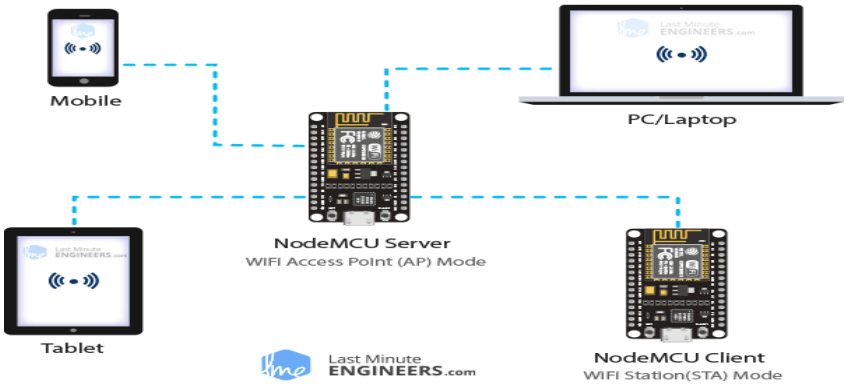


圖四資料來源：尤濬哲（2021）。IoT 物連網應用。勁園國際股份有限公司。

2. ESP32-S 的聯網方式

ESP32-S 連網的主要方式為 WIFI，不但低成本且省功率，可輕易達到對外的通訊和控制，具有相當彈性的連網模式更是一大特點。連網模式可分成 SAT、AP、SAT+AP 三種模式，而本研究的驗證採用了 Soft AP 模式連網，此種模式的優點是可以在沒有 WIFI 的環境下，由 ESP32-S 本身提供一個無線網路基地台，與其他的設備連網，但僅於有限距離內進行連網，無法因此連結全球網路，而以類似軟體程式的方式替代硬體的無線網路基地台進行運作。(詹秉寰，2022)

圖五：Soft AP 模式



圖五資料來源：。Create A Simple ESP8266 NodeMCU Web Server In Arduino IDE。

3. ESP32-S HTML 九宮格按鍵控制

此網頁程式是採 ESP32-S 的 AP 模式，透過 HTML 的 格式傳送網頁給手機，由手機達到控制 ESP32-S 的方式。(詹秉寰，2022)。

圖六： ESP32-S HTML 九宮格按鍵控制



圖六資料來源:研究者自行拍攝

4.HTML 簡介

網頁瀏覽器是目前 3C 設備中十分普及的軟體，使用瀏覽器做為 WIFI 遠端控制的介面可說是相當方便的方式。目前瀏覽器的頁面大都由 HTML（全名 HyperText Markup Language）寫成，它是編寫網頁的基本語言，也是網頁控制的關鍵。

5.馬達驅動模組(L9110S)：

依本研究所需，採用的是 L9110S 直流電機驅動板，其特色是面板上有 2 個 L9110S 馬達控制晶片，模組可以同時驅動 2 個直流電機或 1 個 4 線 2 相式步進電機。

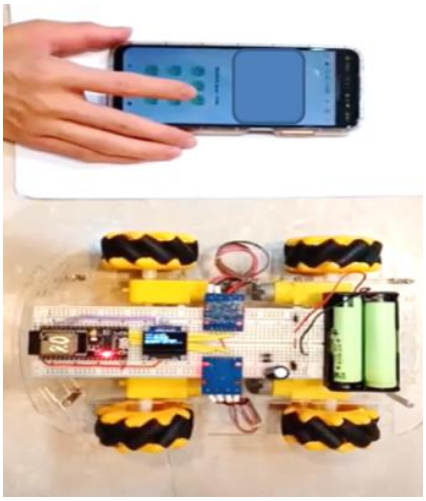
表二：馬達收到訊號對應作動對應

	正轉	反轉	停	煞車
馬達 A-IA	High	Low	Low	High
馬達 A-IB	Low	High	Low	High
馬達 B-IA	High	Low	Low	High
馬達 A-IB	Low	High	Low	High

6.以 HTML 控制驗證

四輪小車體馬達如下表分 15 種情況驅動方式，代入程式，依據實體製作可驗證現行使用方式的方向移動與表三無誤。

圖七 ：車體移動測試



圖七資料來源:研究者自行拍攝

表三：四輪小車體馬達 15 種情況驅動方式與移動方向

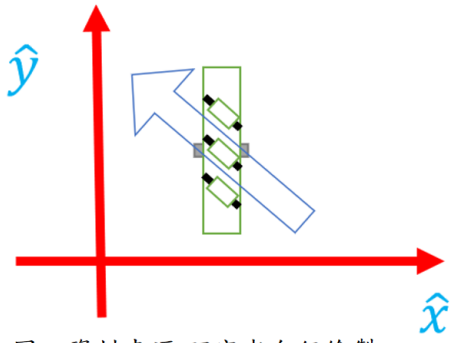
接腳 / 行進方向	GPIO 15	GPIO 2	GPIO 4	GPIO 16	GPIO17	GPIO 5	GPIO18	GPIO 19
前進	H	L	H	L	H	L	H	L
後退	L	H	L	H	L	H	L	H
停	L	L	L	L	L	L	L	L
左移	H	L	L	H	L	H	H	L
右移	L	H	H	L	H	L	L	H
左前斜	H	L	L	L	L	L	H	L
右前斜	L	L	H	L	H	L	L	L
左後斜	L	L	L	H	L	H	L	L
右後斜	L	H	L	L	L	L	L	H
向前左轉	H	L	H	L	L	L	L	L
向前右轉	L	L	L	L	H	L	H	L
向後左轉	L	H	L	H	L	L	L	L
向後右轉	L	L	L	L	L	H	L	H
左旋轉	H	L	H	L	L	H	L	H
右旋轉	L	H	L	H	H	L	H	L

三、以純滾動分析單輪合力

（一）單輪分析

我認為，麥克納姆輪在等速運動時，要讓輪子保持純滾動，地面的摩擦力要和馬達輸出的功率抵銷，而因為輪子和地面夾了 45 度角，所以為了讓輪子底部不要滑動，會有傾向於接觸面的合力方向，與速度方向夾了 45 度，車子會有傾向於圖八中的藍色箭頭合力方向。

圖八:麥克納姆輪單輪橫切圖



圖八資料來源:研究者自行繪製

現在假設輪子往前轉，小輪質心相對於大輪軸是往後的速度

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

其中R是大輪質心到小輪質心的距離

$$\vec{\mathrm{R}} = -\mathrm{R}\hat{z}$$

ω 是輪子轉速，指向x軸負向，

$$\vec{\omega}=-\hat{x}$$

另外，針對小輪自轉，也有

$$\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{\omega^*} \times \vec{r}$$

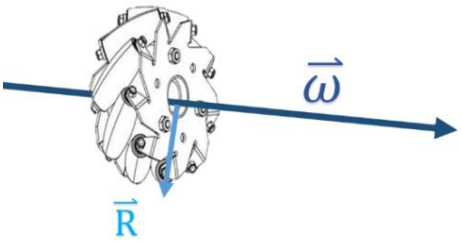
其中:

$$\vec{\omega} = \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y}$$

$$\vec{r} = -r\hat{z}$$

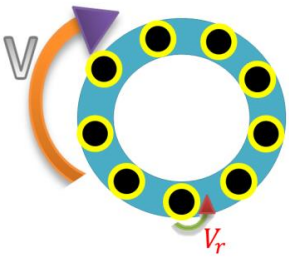
小輪的自轉軸與垂直45度 ，因此當小輪向後運動時 ，會受到圖八中藍色箭頭方向的力，產生 45 度角的摩擦力。在討論四輪平台的運動時，由於每個輪子都裝有 45 度角運轉的小輪子，除了大輪本身的速度，還必須考慮小輪的速度。

圖九：麥克納姆輪側視圖



圖九資料來源:研究者自行重製

圖十：麥克納姆輪縱切圖



圖十資料來源:研究者自行繪製

在這種模型中，當四輪車體運動時，會出現兩種速度：V 是大輪底部(小輪質心)的線速度，V_r是小輪底部相對於其質心的線速度，且V_r的方向與 V 相反。

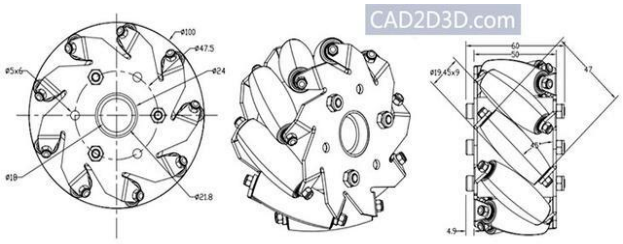
車體的整體速度可以分解為水平速度和垂直速度，並根據輪子的角速度推導出四個輪子與四輪車體的運動關係。

由於四個小輪的方向兩兩相同，可以根據不同的運動模式組合出相應的速度向量，實現全向移動。通過調整四個輪子的轉速，可以改變整個四輪車體的運動方向和速度。

（二）探討麥克納姆輪車全向移動：

麥克納姆輪由特殊幾何形狀的滾輪組成，這些滾輪以 45 度角傾斜安裝在輪框的圓周上，使車輛能夠實現全方位移動。車體由兩組對角線排列相同的麥克納姆輪驅動，每個輪子上的推力可以分解為縱向和橫向的分量。這些分量的合力決定了車體的最終運動狀態，包括平移和旋轉。每個單獨的麥克納姆輪都產生一個合力，如圖八所示。四輪麥克納姆車體配置了兩組對角線一樣的輪子，這種配置方式使車輛能夠多方位移動。通過調節每個麥克納姆輪的轉向和轉速，車體可以實現前進、橫移、斜移、旋轉和迴轉等多種運動方式，使使用者能夠根據需求自由操控車輛，朝任意方向移動。

圖十一：單輪麥克納姆輪

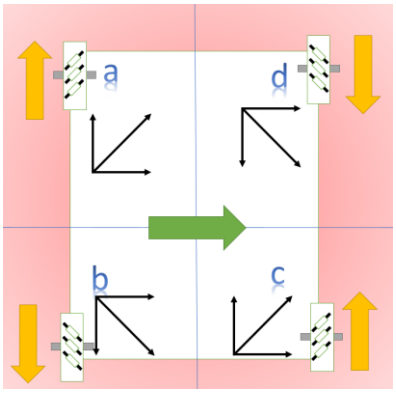


圖十一資料來源: 每日頭條（2018 年 12 月 13 日）CAD2D3D

四、以向量矩陣建立數學模式

有了對單輪受力分析的了解後，就可以套用到整個平面上的四個輪子，為了簡化模型，以矩陣的方式來表示。

圖十二：麥克納姆輪車體右移之合力情形



圖十二資料來源:研究者自行繪製

若忽略車體的長寬力矩，其車體直線速度方程式可列出如下：

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{v_a} \\ \overrightarrow{v_b} \\ \overrightarrow{v_c} \\ \overrightarrow{v_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\overrightarrow{v_a}| * cos\theta_a & |\overrightarrow{v_a}| * sin\theta_a \\ |\overrightarrow{v_b}| * cos\theta_b & |\overrightarrow{v_b}| * sin\theta_b \\ |\overrightarrow{v_c}| * cos\theta_c & |\overrightarrow{v_c}| * sin\theta_c \\ |\overrightarrow{v_d}| * cos\theta_d & |\overrightarrow{v_d}| * sin\theta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}$$

以現行麥克納姆輪使用方式，即$|\overrightarrow{v_a}| = |\overrightarrow{v_b}| = |\overrightarrow{v_c}| = |\overrightarrow{v_d}|$，

$$\theta_a = \theta_c = 45^0$$

$$\theta_b = \theta_d = 135^0$$

帶入式子推導分析右移的運動方式如下：

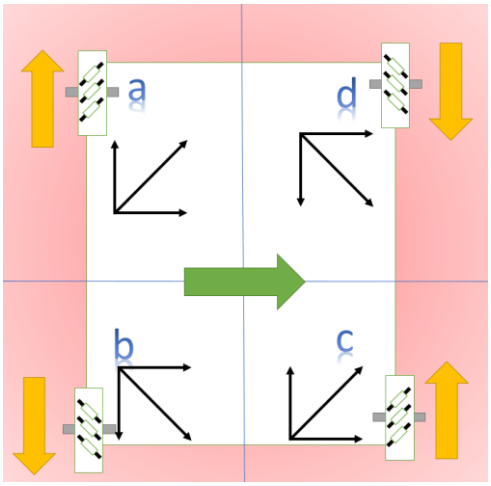
$$\vec{v}_a = \frac{1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_a}|\hat{x} + \frac{1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_a}|\hat{y}$$

$$\vec{v}_b = \frac{1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_b}|\hat{x} + \frac{-1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_b}|\hat{y}$$

$$\vec{v}_c = \frac{1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_c}|\hat{x} + \frac{1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_c}|\hat{y}$$

$$\vec{v}_d = \frac{1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_d}|\hat{x} + \frac{-1}{\sqrt{2}}|\overrightarrow{v_d}|\hat{y}$$

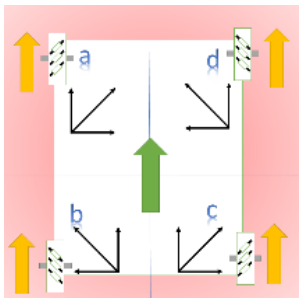
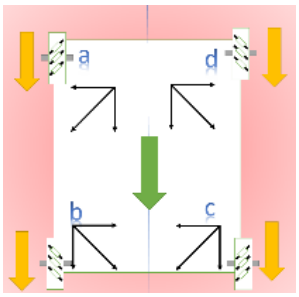
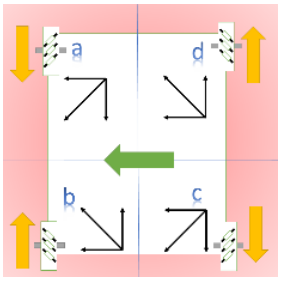
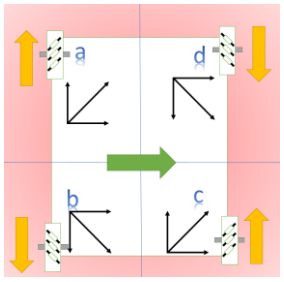
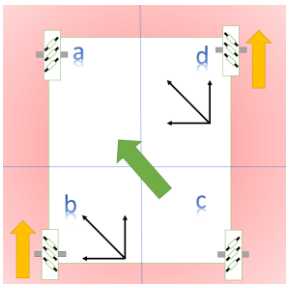
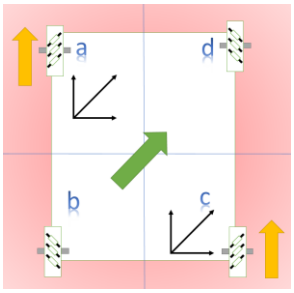
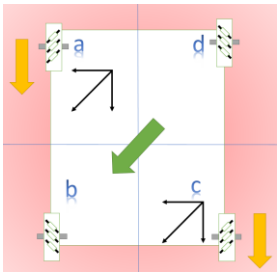
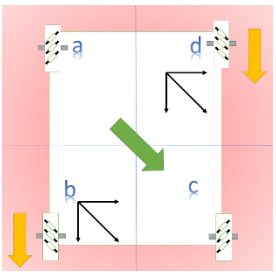
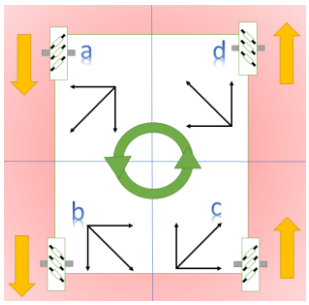
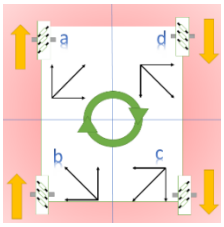
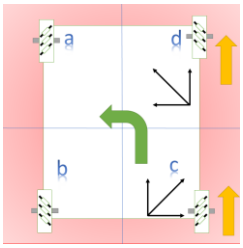
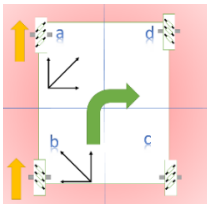
$$v_{合} = 2\sqrt{2}\hat{x}$$

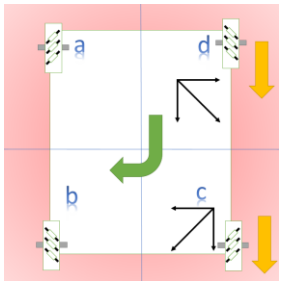
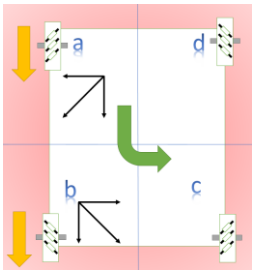
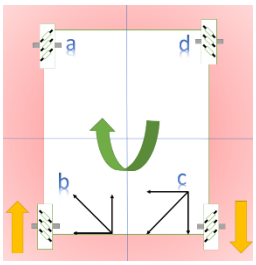
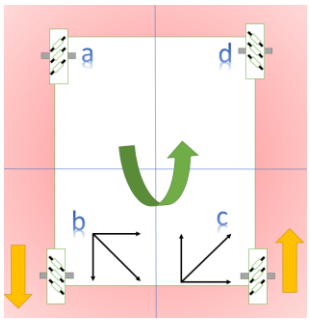
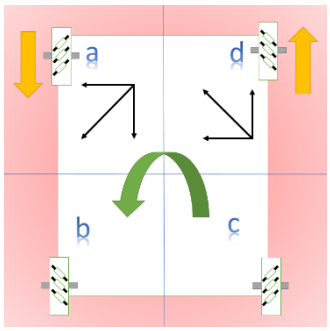
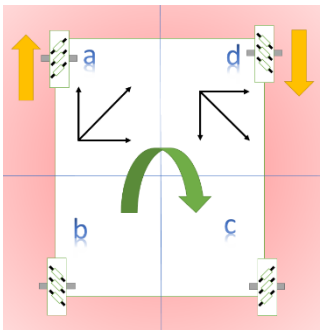


圖十二資料來源:研究者自行繪製

即可得到：車體往右直走。同理，可推導另外 17 個移動的方向，圖示以 xy 座標表示，共 18 個運動模式，有直線移動和轉動，如下表所示：

表三：四輪麥克納姆輪車體之 18 個行駛方向與合力分析

(1)前進  $v_a = v_b = v_c = v_d = v$ $v_{合} = 2\sqrt{2}v\ \hat{y}$	(2)後退  $v_a = v_b = v_c = v_d = -v$ $v_{合} = -2\sqrt{2}v\ \hat{x}$	(3)左移  $v_a = v_c = -v\ ,\ v_b = v_d = v$ $v_{合} = -2\sqrt{2}v\ \hat{x}$
(4)右移  $v_a = v_c = v\ ,\ v_b = v_d = -v$ $v_{合} = 2\sqrt{2}v\ \hat{x}$	(5)左前移  $v_a = v_c = 0\ ,\ v_b = v_d = v$ $v_{合} = -\sqrt{2}v\ \hat{x} + \sqrt{2}v\ \hat{y}$	(6)右前移  $v_a = v_c = v\ ,\ v_b = v_d = 0$ $v_{合} = \sqrt{2}v\ \hat{x} + \sqrt{2}v\ \hat{y}$
(7)左後移  $v_a = v_c = -v\ ,\ v_b = v_d = 0$ $v_{合} = -\sqrt{2}v\ \hat{x} - \sqrt{2}v\ \hat{y}$	(8)右後移  $v_a = v_c = 0\ ,\ v_b = v_d = -v$ $v_{合} = \sqrt{2}v\ \hat{x} - \sqrt{2}v\ \hat{y}$	(9)左迴轉  非直線
(10)右迴轉  非直線	(11)左前轉  非直線	(12)右前轉  非直線

(13)左後轉  非直線	(14)右後轉  非直線	(15) 繞前方順時針轉動  非直線
(16)繞前方逆時針轉動  非直線	(17)繞後方逆時針轉動  非直線	(18)繞後方順時針轉動  非直線

五、建立 360^0全項運動的數學模式

依據現有文獻，麥克納姆輪的一般運動方式，必須有兩個條件：

1. $|\overrightarrow{v_a}| = |\overrightarrow{v_b}| = |\overrightarrow{v_c}| = |\overrightarrow{v_d}|$
2. $\theta_a = \theta_c = 45^\circ$

   $\theta_b = \theta_d = 135^\circ$

方可得到 18 方向的移動，但除了這 18 個移動方向外，是否有其他方向的移動，

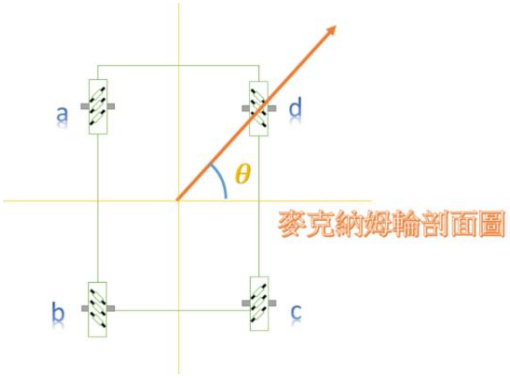
$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{v_a} \\ \overrightarrow{v_b} \\ \overrightarrow{v_c} \\ \overrightarrow{v_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\overrightarrow{v_a}| * cos\theta_a & |\overrightarrow{v_a}| * sin\theta_a \\ |\overrightarrow{v_b}| * cos\theta_b & |\overrightarrow{v_b}| * sin\theta_b \\ |\overrightarrow{v_c}| * cos\theta_c & |\overrightarrow{v_c}| * sin\theta_c \\ |\overrightarrow{v_d}| * cos\theta_d & |\overrightarrow{v_d}| * sin\theta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}$$

或者甚至是全方向 360°的移動，由現行運動方式的數學式如下：

若要進行全向移動，由上列數學式可發現有兩個參數可控制，即$|\vec{v}|$和θ，但θ為輪子的結構，要改變控制較不可能，因此只能改變$|\vec{v}\ |$的大小，亦即改變輪子的轉速，

而輪子轉速如何改變？根據控制原理，可用 PWM （脈波調變）控制輸出電壓的平均大小，進而改變速度大小，而 ESP32-S 微處理機有一個 12bit(4096)的 PWM（脈波調變）輸出控制，將原本電壓的震幅，改為寬度一定的脈衝，採數位輸入的方式，只要運用程式即可輕易達到此一控制方法，因此，可在上列方程式加上一個變化參數，如下：為了達成直線移動，不旋轉，所以其中$D_a = D_c; D_b = D_d$，並且，若要達成全向直線移動，應將參數修改如下，參數修正用 PWM 轉速控制，若遇使車列往θ方向運動，應調整輪子轉速$\omega_a:\omega_b:\omega_c:\omega_d = \sin(\theta+\frac{\pi}{4}):\sin(\theta-\frac{\pi}{4}):\sin(\theta+\frac{\pi}{4}):\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$ （單位=rad）

圖十三: 麥克納姆輪剖面圖



$$\begin{bmatrix}\overrightarrow{v_a}\\ \overrightarrow{v_b}\\ \overrightarrow{v_c}\\ \overrightarrow{v_d}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}|\overrightarrow{v_a}|*\frac{D_a}{4096}*\cos\theta_a & |\overrightarrow{v_a}|*\frac{D_a}{4096}*\sin\theta_a\\ |\overrightarrow{v_b}|*\frac{D_b}{4096}*\cos\theta_b & |\overrightarrow{v_b}|*\frac{D_b}{4096}*\sin\theta_b\\ |\overrightarrow{v_c}|*\frac{D_c}{4096}*\cos\theta_c & |\overrightarrow{v_c}|*\frac{D_c}{4096}*\sin\theta_c\\ |\overrightarrow{v_d}|*\frac{D_d}{4096}*\cos\theta_d & |\overrightarrow{v_d}|*\frac{D_d}{4096}*\sin\theta_d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\end{bmatrix}$$

圖十三資料來源:研究者自行繪製

因此可知，四個輪子依不同的速度，可產生不同角度的移動方向，所以經推導後，可將希望的合力方向反推計算，即可得到 Da、Db、Dc、Dd 的值，如此即可控制車體達成直線 360^0 移動。(如圖十四)

圖十四 ：調控速度達全向移動



圖十四資料來源:研究者自行繪製

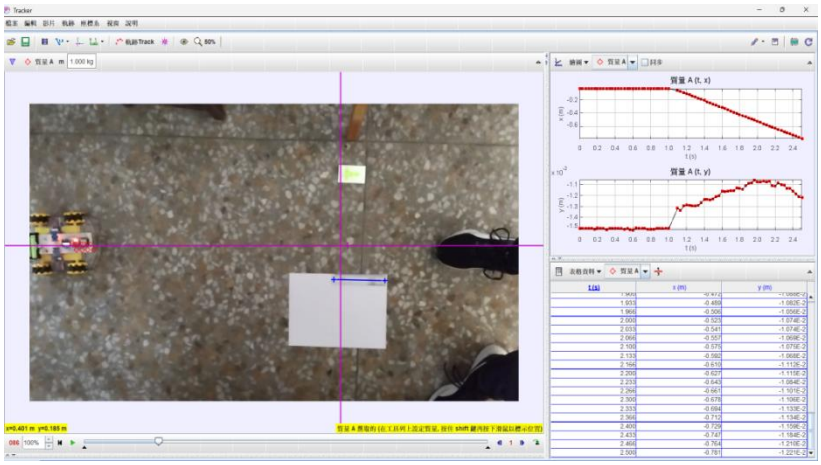
六、使用 Tracker 實測角度誤差

（一）地面測試：分以下三種地面

1、磁磚地面

2、磨石子地面

3、磚塊路面



圖十五:使用 tracker 測量路面實測的誤差

圖十五資料來源:研究者自行拍攝與後製

Tracker 實測麥克納姆輪車行進軌跡的角度誤差，如圖十五。

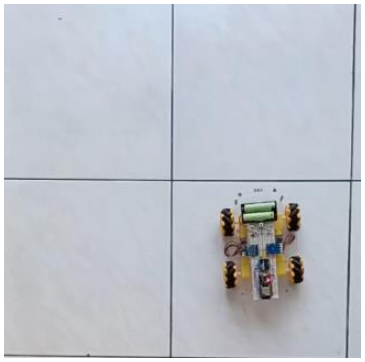
（二）負重測試：在 735g 的車體負載砝碼(50g、100g、150g、200g、250g、300g、350g、400g、450g、500g)

伍、研究結果

一 、地面測試：分以下三種地面

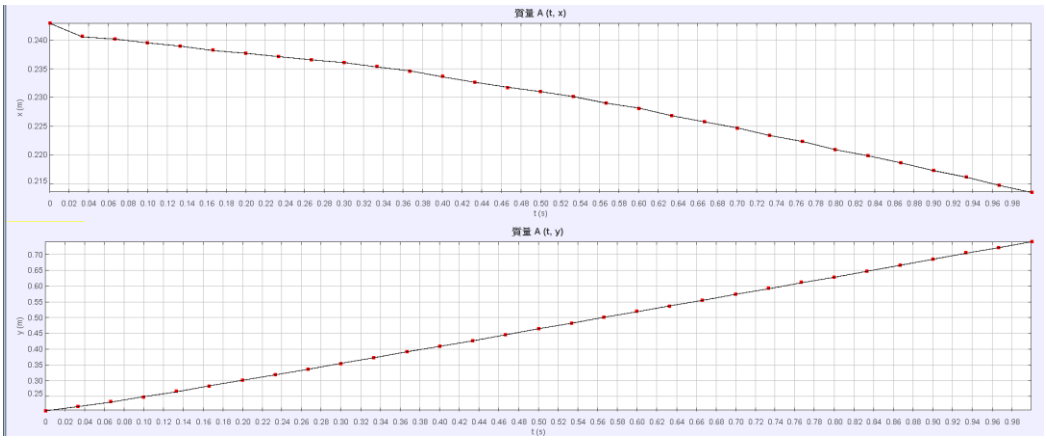
(一)磁磚地面

圖十六:居家磁磚地面



圖十六資料來源:研究者自行拍攝

1.前後移動

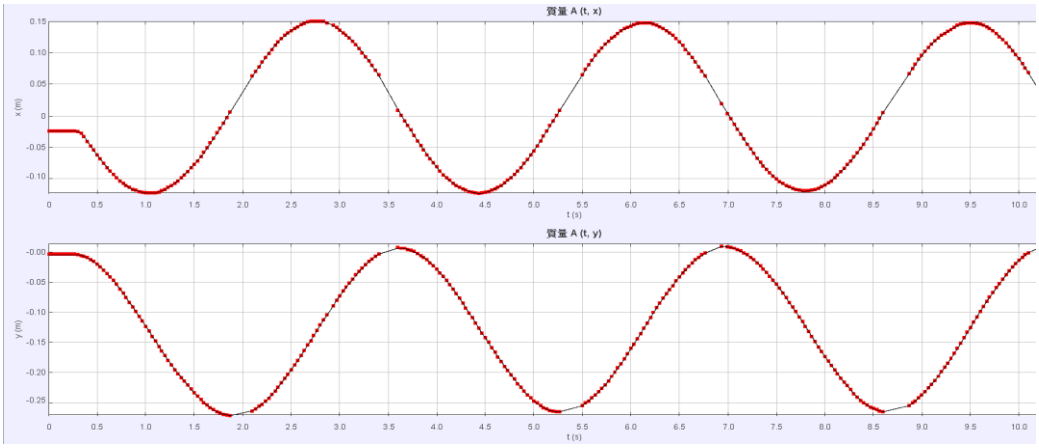


表四:在磁磚地面前後移動的實驗數據

移動的向量為(-0.0267,0.512)單位:公尺

與座標向量(0,1) 夾了 2.99 度

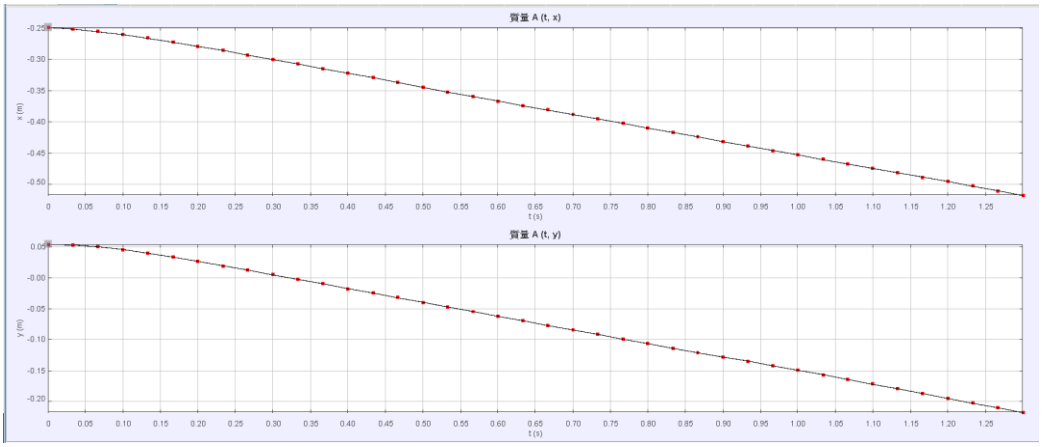
2.旋轉



表五:在磁磚地面旋轉的實驗數據

一圈偏移了 0.675cm

3. 45 度移動

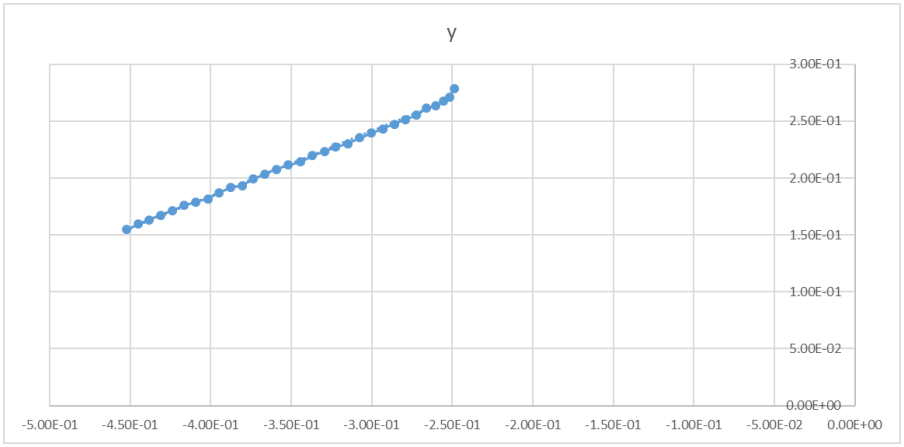


表六:在磁磚地面 45 度移動的實驗數據

移動的向量為(-2.03,-2.04)單位:公尺

與預設的斜移向量(-1,-1) 夾了 0.14 度

4. 30 度移動



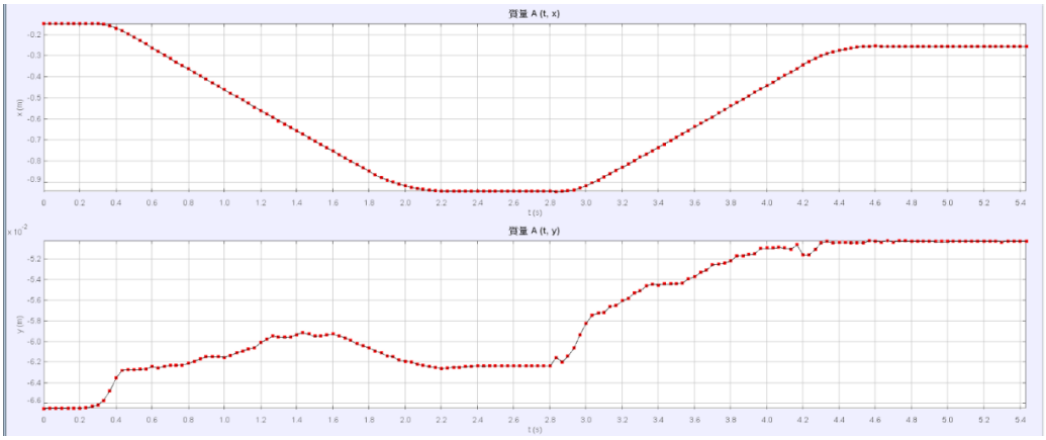
表七:在磁磚地面 30 度直線移動的實驗數據

移動的向量為(0.203,0.124)單位:公尺

與預設的 30 度向量(1.732,1) 夾了 1.42 度

(二)磨石子地面

1.前後移動



表八:在磨石子地面前後移動的實驗數據

	時間	位置	時間	位置	時間	位置	時間	位置	時間	位置	時間	位置
偏移量		6.23E-04		1.17E-03		1.29E-03		-1.13E-03		-1.54E-03		1.10E-04
時長	3.00E-01		3.00E-01		3.00E-01		3.00E-01		3.00E-01		3.00E-01	
起始	5.00E-01	-6.27E-02	8.33E-01	-6.19E-02	1.17E+00	-6.06E-02	1.50E+00	-5.95E-02	1.83E+00	-6.09E-02	2.17E+00	-6.25E-02
	5.33E-01	-6.27E-02	8.66E-01	-6.17E-02	1.20E+00	-6.01E-02	1.53E+00	-5.94E-02	1.87E+00	-6.11E-02	2.20E+00	-6.26E-02
	5.67E-01	-6.27E-02	9.00E-01	-6.15E-02	1.23E+00	-5.98E-02	1.57E+00	-5.94E-02	1.90E+00	-6.14E-02	2.23E+00	-6.25E-02
	6.00E-01	-6.24E-02	9.33E-01	-6.15E-02	1.27E+00	-5.95E-02	1.60E+00	-5.93E-02	1.93E+00	-6.15E-02	2.27E+00	-6.25E-02
	6.33E-01	-6.26E-02	9.66E-01	-6.15E-02	1.30E+00	-5.96E-02	1.63E+00	-5.94E-02	1.97E+00	-6.18E-02	2.30E+00	-6.25E-02
	6.67E-01	-6.24E-02	1.00E+00	-6.15E-02	1.33E+00	-5.96E-02	1.67E+00	-5.96E-02	2.00E+00	-6.19E-02	2.33E+00	-6.24E-02
	7.00E-01	-6.23E-02	1.03E+00	-6.14E-02	1.37E+00	-5.96E-02	1.70E+00	-5.99E-02	2.03E+00	-6.20E-02	2.37E+00	-6.24E-02
	7.33E-01	-6.23E-02	1.07E+00	-6.11E-02	1.40E+00	-5.93E-02	1.73E+00	-6.02E-02	2.07E+00	-6.22E-02	2.40E+00	-6.24E-02
	7.67E-01	-6.23E-02	1.10E+00	-6.09E-02	1.43E+00	-5.92E-02	1.77E+00	-6.04E-02	2.10E+00	-6.23E-02	2.43E+00	-6.24E-02
結束	8.00E-01	-6.21E-02	1.13E+00	-6.07E-02	1.47E+00	-5.93E-02	1.80E+00	-6.06E-02	2.13E+00	-6.24E-02	2.47E+00	-6.24E-02
偏移量平均		8.69E-05										

起始　(-0.147,-0.06645)

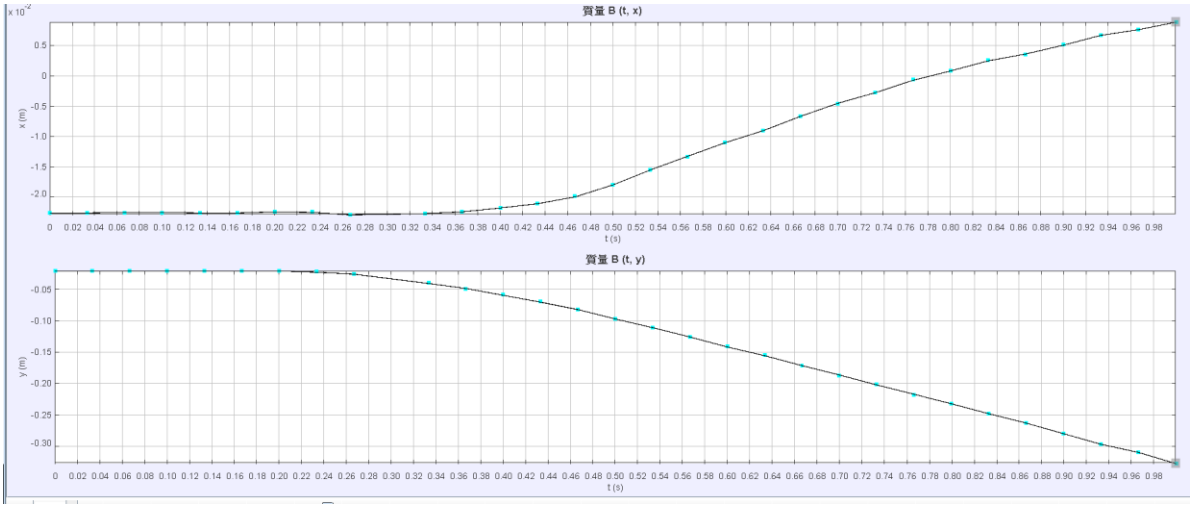
終點（ -0.942,-0.0626）

位移向量(-0.795,0.00385)

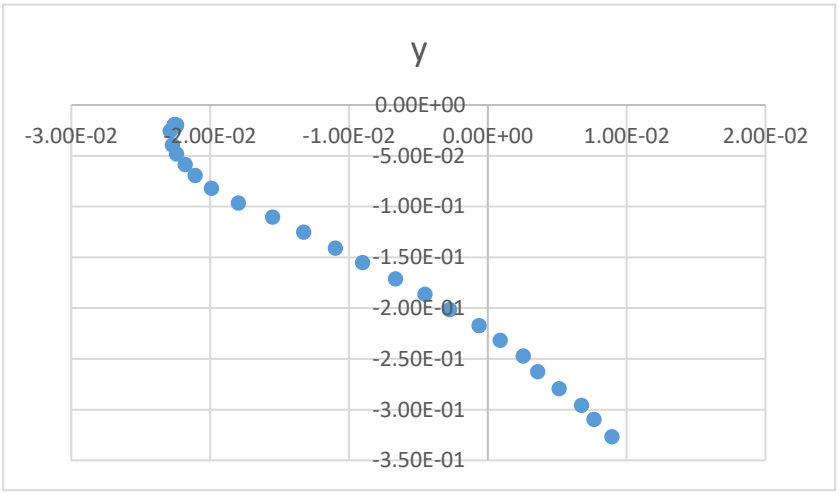
與水平夾了 0.277 度

2.左右平移

直接往左移



表九:在磨石子地面左右移動的實驗數據



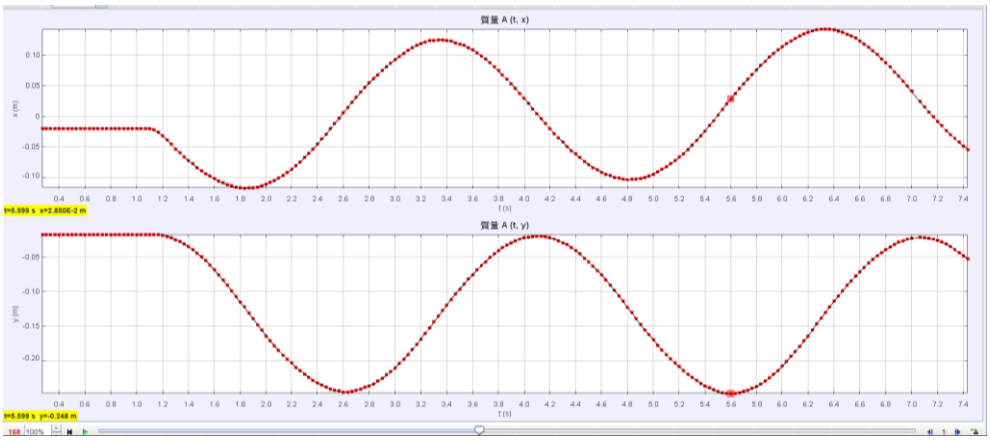
起始　(-0.025,-0.025)

終點　(0.0075,-0.325)

位移向量(0.0325,-0.3)

與垂直軸夾 6.183 度

3. 旋轉



表十:在磨石子地面旋轉的實驗數據

1/4 圓周偏差 1 公分。旋轉的實驗主要不再探討誤差的量化，而是，讓我們可以知道麥克納姆輪車在實務操作上的確存在誤差，非人為測量方式產生的不準度，且誤差是因地制宜的。

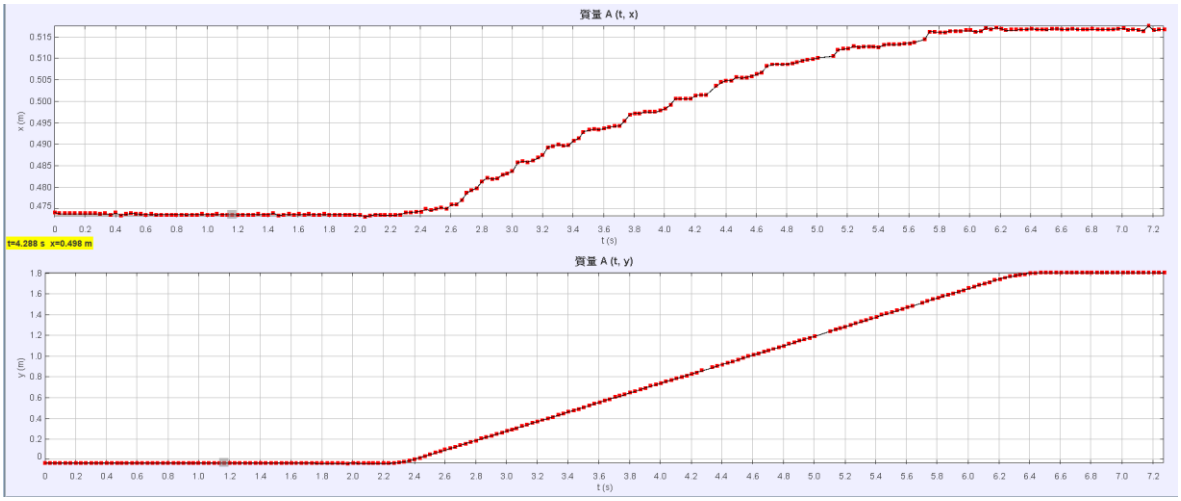
(三). 磚塊地面

圖十七:磚塊地面



圖十七資料來源:研究者自行拍攝

1. 前後移動

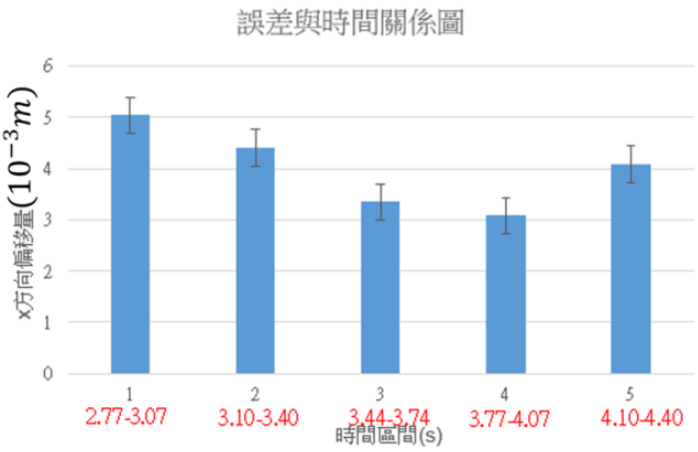


表十一:在磚塊地面前後移動的實驗數據

因為是戶外實驗，有比較多不確定因素，所以我做了兩大組，以減少其他變因的干擾。

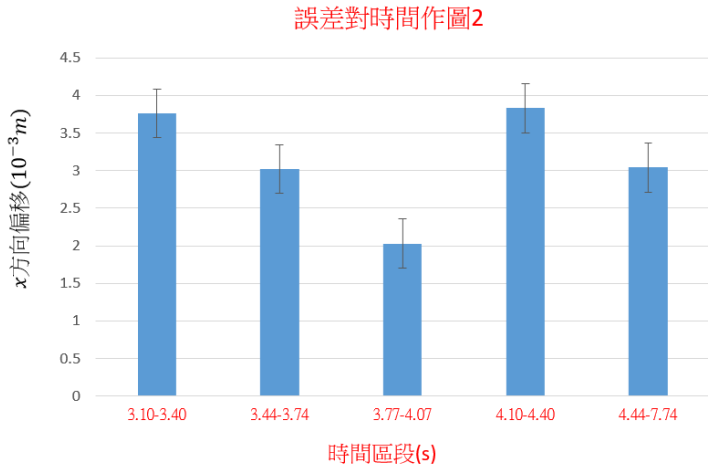
【第一組】

	1		2		3		4		5	
	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)
時長	3.00E-01		3.00E-01		3.02E-01	3.35E-03	3.00E-01	3.08E-03	3.00E-01	4.09E-03
起始	2.77E+00	9.27E-01	3.10E+00	9.33E-01	3.44E+00	9.38E-01	3.77E+00	9.42E-01	4.10E+00	9.45E-01
	2.80E+00	9.27E-01	3.14E+00	9.33E-01	3.47E+00	9.38E-01	3.80E+00	9.42E-01	4.14E+00	9.45E-01
	2.84E+00	9.28E-01	3.17E+00	9.33E-01	3.50E+00	9.39E-01	3.84E+00	9.42E-01	4.17E+00	9.45E-01
	2.87E+00	9.28E-01	3.20E+00	9.34E-01	3.54E+00	9.39E-01	3.87E+00	9.43E-01	4.20E+00	9.46E-01
	2.90E+00	9.29E-01	3.24E+00	9.35E-01	3.57E+00	9.39E-01	3.90E+00	9.43E-01	4.24E+00	9.46E-01
	2.94E+00	9.30E-01	3.27E+00	9.35E-01	3.60E+00	9.39E-01	3.94E+00	9.43E-01	4.27E+00	9.46E-01
	2.97E+00	9.30E-01	3.30E+00	9.36E-01	3.64E+00	9.40E-01	3.97E+00	9.43E-01	4.30E+00	9.47E-01
	3.00E+00	9.31E-01	3.34E+00	9.36E-01	3.67E+00	9.40E-01	4.00E+00	9.43E-01	4.34E+00	9.48E-01
	3.04E+00	9.32E-01	3.37E+00	9.36E-01	3.70E+00	9.40E-01	4.04E+00	9.44E-01	4.37E+00	9.48E-01
結束	3.07E+00	9.32E-01	3.40E+00	9.37E-01	3.74E+00	9.41E-01	4.07E+00	9.45E-01	4.40E+00	9.49E-01
偏差		5.04E-03		4.40E-03		3.35E-03		3.08E-03		4.09E-03
平均偏差(m)	3.99E-03									



【第二組】

	1		2		3		4		5	
	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)
時長	3.00E-01		3.02E-01		3.00E-01		3.00E-01		3.00E-01	
起始	3.10E+00	9.16E-01	3.44E+00	9.20E-01	3.77E+00	9.24E-01	4.10E+00	9.26E-01	4.44E+00	9.29E-01
	3.14E+00	9.16E-01	3.47E+00	9.21E-01	3.80E+00	9.24E-01	4.14E+00	9.26E-01	4.47E+00	9.31E-01
	3.17E+00	9.17E-01	3.50E+00	9.21E-01	3.84E+00	9.25E-01	4.17E+00	9.26E-01	4.50E+00	9.31E-01
	3.20E+00	9.18E-01	3.54E+00	9.22E-01	3.87E+00	9.25E-01	4.20E+00	9.26E-01	4.54E+00	9.32E-01
	3.24E+00	9.18E-01	3.57E+00	9.22E-01	3.90E+00	9.25E-01	4.24E+00	9.27E-01	4.57E+00	9.32E-01
	3.27E+00	9.19E-01	3.60E+00	9.22E-01	3.94E+00	9.25E-01	4.27E+00	9.28E-01	4.60E+00	9.32E-01
	3.30E+00	9.19E-01	3.64E+00	9.22E-01	3.97E+00	9.26E-01	4.30E+00	9.29E-01	4.64E+00	9.32E-01
	3.34E+00	9.19E-01	3.67E+00	9.23E-01	4.00E+00	9.26E-01	4.34E+00	9.29E-01	4.67E+00	9.32E-01
	3.37E+00	9.19E-01	3.70E+00	9.23E-01	4.04E+00	9.26E-01	4.37E+00	9.29E-01	4.70E+00	9.32E-01
結束	3.40E+00	9.20E-01	3.74E+00	9.23E-01	4.07E+00	9.26E-01	4.40E+00	9.30E-01	4.74E+00	9.32E-01
偏差		3.76E-03		3.02E-03		2.03E-03		3.83E-03		3.04E-03
平均偏差(m)	0.003135									



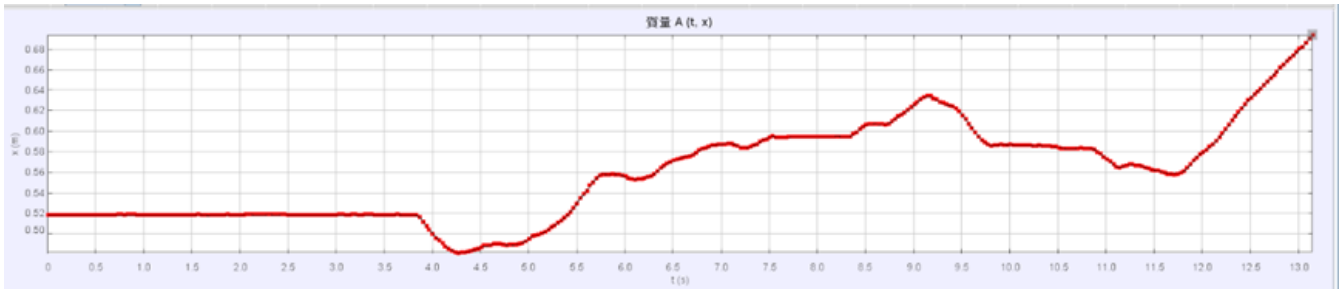
起始 (0.475,0.515)

終點 (0,1.8)

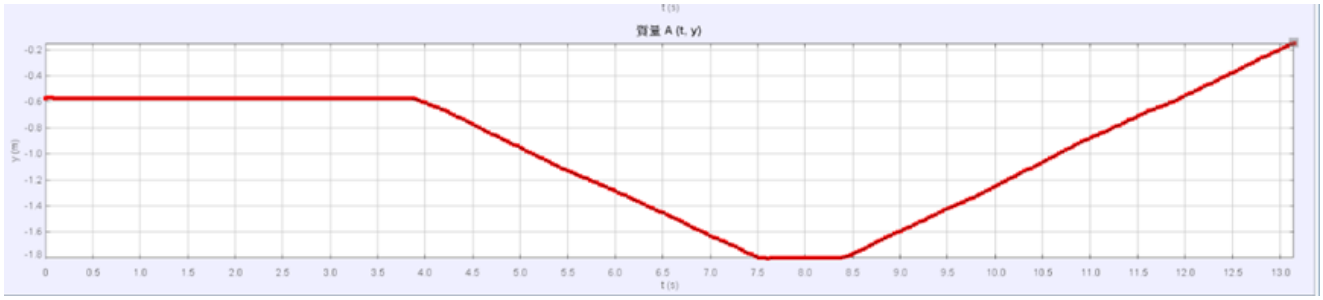
位移向量(-0.475,1.185)

夾角為 21.843 度

2.左右移動(橫向)

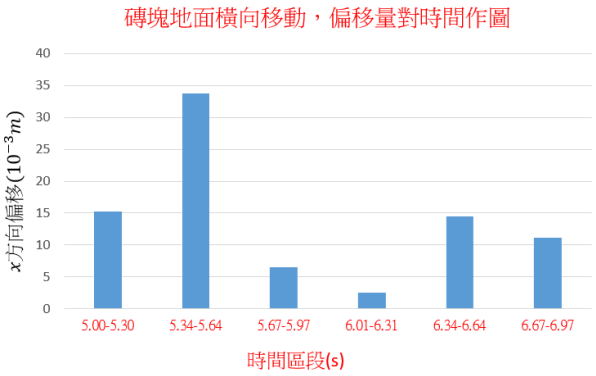


X 軸變化相當不規律也不穩定，表示受到的波動是隨機的



表十二:在磚塊地面左右移動的實驗數據

	1		2		3		4		5		6	
	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)	時間(S)	位置(m)
時長	3.00E-01		3.00E-01		3.02E-01		3.00E-01		3.00E-01		3.00E-01	
起始	5.00E+00	4.95E-01	5.34E+00	5.13E-01	5.67E+00	5.51E-01	6.01E+00	5.56E-01	6.34E+00	5.61E-01	6.67E+00	5.76E-01
	5.04E+00	4.98E-01	5.37E+00	5.15E-01	5.70E+00	5.54E-01	6.04E+00	5.54E-01	6.37E+00	5.64E-01	6.71E+00	5.77E-01
	5.07E+00	4.99E-01	5.40E+00	5.19E-01	5.74E+00	5.57E-01	6.07E+00	5.54E-01	6.41E+00	5.67E-01	6.74E+00	5.79E-01
	5.10E+00	5.00E-01	5.44E+00	5.22E-01	5.77E+00	5.58E-01	6.11E+00	5.53E-01	6.44E+00	5.68E-01	6.77E+00	5.81E-01
	5.14E+00	5.01E-01	5.47E+00	5.26E-01	5.81E+00	5.58E-01	6.14E+00	5.53E-01	6.47E+00	5.70E-01	6.81E+00	5.83E-01
	5.17E+00	5.02E-01	5.50E+00	5.30E-01	5.84E+00	5.58E-01	6.17E+00	5.54E-01	6.51E+00	5.72E-01	6.84E+00	5.84E-01
	5.20E+00	5.04E-01	5.54E+00	5.35E-01	5.87E+00	5.58E-01	6.21E+00	5.55E-01	6.54E+00	5.72E-01	6.87E+00	5.85E-01
	5.24E+00	5.07E-01	5.57E+00	5.39E-01	5.91E+00	5.58E-01	6.24E+00	5.55E-01	6.57E+00	5.73E-01	6.91E+00	5.86E-01
	5.27E+00	5.09E-01	5.60E+00	5.42E-01	5.94E+00	5.58E-01	6.27E+00	5.56E-01	6.61E+00	5.75E-01	6.94E+00	5.86E-01
結束	5.30E+00	5.11E-01	5.64E+00	5.47E-01	5.97E+00	5.57E-01	6.31E+00	5.58E-01	6.64E+00	5.75E-01	6.97E+00	5.87E-01
偏差		1.52E-02		3.38E-02		6.56E-03		2.48E-03		1.45E-02		1.11E-02
平均偏差(m)	平均偏差	0.013931										



起始 （0.52, -0.6）

終點 （ 0.595, -1.8）

位移向量(0.075,-1.2）;角度 3.576 度

二、 負重測試

以負重 500g 舉例數據為例

T(s)	X(m)	Y(m)	T(s)	X(m)	Y(m)	T(s)	X(m)	Y(m)
0	-0.401	4.72E-01	0.2666	-0.59	4.62E-01	0.5333	-0.719	4.54E-01
0.0333	-0.423	4.72E-01	0.3	-0.597	4.59E-01	0.5666	-0.735	4.56E-01
0.0666	-0.46	4.71E-01	0.3333	-0.62	4.61E-01	0.6	-0.749	4.57E-01
0.1	-0.481	4.73E-01	0.3666	-0.646	4.61E-01	0.6333	-0.761	4.56E-01
0.1333	-0.498	4.73E-01	0.4	-0.662	4.59E-01	0.6666	-0.781	4.59E-01
0.1666	-0.515	4.73E-01	0.4333	-0.68	4.57E-01	0.7	-0.807	4.57E-01
0.2	-0.534	4.71E-01	0.4666	-0.697	4.54E-01	0.7333	-0.827	4.60E-01
0.233	-0.574	4.70E-01	0.5	-0.71	4.52E-01			

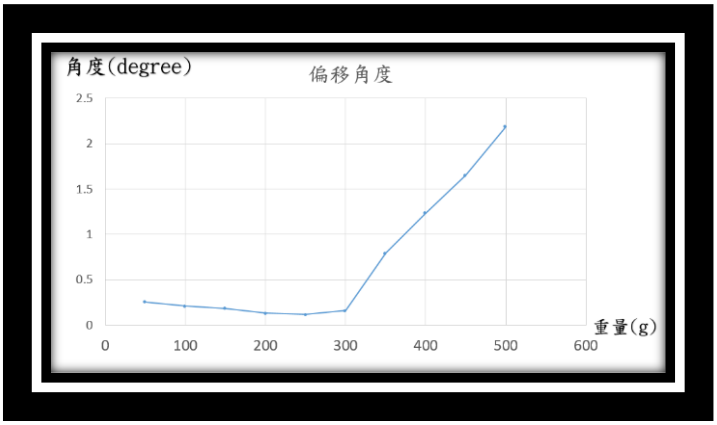
在 0.7 秒內

起始 (-0.46, -0.473)

終點 (-0.827, -0.459)

位移向量(-0.367,0.014)

偏移 2.185 度



表十三 :負重測試的實驗數據

原車體重量 735g:

負載砝碼(50g、100g、150g、200g、250g、300g、350g、400g、450g、500g)

由圖可知，200-300g 是最佳負重範圍，後面的數據陡升，可能是因為重心位置改變太大，導致車子偏移更多。

陸、討論

本研究一開始是以探討及分析現行麥克納姆輪的合力與行進方向，發現其限制，因此，進一步透過建立數學模式嘗試達到全向控制的可能，在實現的過程中，藉由軟硬體結合，並由數學模式的理論推導進入實測。而在實測過程發現存在誤差，因此進一步測量誤差及修正，期望能達到更準確的精密控制。

數學模式及硬體實現的解決方式皆已於本文探討可行，也證明無誤，也進一步探由物理分析得出 Da、 Db、 Dc、 Dd 預測電壓，並且已經用 PWM 數位輸入達成全向。實驗中，在磁磚地面運作得比較穩定，磨石子地面比較不穩定，磚塊地面順著磚塊方向會造成巨大偏差，而負重太大因為重心改變，導致前輪摩擦力較大合力有些偏右，車子的偏移量與時間無關，顯示不會順著地面紋理的方向走，但是如果遇到縫隙很大的磚塊路面，則會造成極大的偏移，不過仍與時間無關，不會往一個方向一直偏，而是有些忽左忽右的偏移，因此，不要

在負重大，太多縫隙的路面，一般家裡磁磚和工廠地面都是非常良好的，只需要將參數調成結論中的比例即可。

柒、結論

一、驗證一般麥克納姆輪的合力方向：

1、以數學式驗證：用速度的數學方程式推導方式，驗證傳統麥克納姆輪的 18 個方向移動的數學式。

2、採用目前熱門的 ESP32-S 單晶片加上 WIFI 的控制法，將目前麥克納姆輪能控制的 18 個方向全部實現驗證，證明無誤。

二、 推導麥克納姆輪的全向移動：

1、建立數學式：用變速度建立麥克納姆輪的全方向 360°直線移動的數學式。

2、使用程式實現數學式：利用 PWM 的控制理論，透過 ESP32-S 的 DA 輸出，實現數學式中速度的變化。

三、麥克納姆輪上路實測:

麥克納姆輪適合在適中負重的情況下運作，在室內適合走直線，如果要走斜線可以參考我更改的參數，在室外適合以橫移的方式，比較能克服磚塊的縫隙，麥克納姆輪模組中，移動時，部分輪子可能會沒有轉動，而他們的摩擦力又會減速，所以我認為如果要準確一些，要離 90 度(橫向移動)遠一點。麥克納姆輪車用途廣泛，可用於廠房內運送貨物、居家智能助理、糧倉的監測機器人，具備良好機動性，負重不宜過重，建議在原車體重量的27%~40% 。

四、以 Tracker 測量誤差：

（一）參數修正

值得注意的是,我用 PWM 成功實現了全向控制,並且以常用的 30 度做誤差分析，在 30 度斜移時偏移了 1.42 度。以下的參數修正為先前提到的 PWM 方式，以三角疊合找出適合的比例

	前後	左右	左前
磁磚	2.9 度		0.14 度
磨石子	0.277	6.183	
磚塊	21.843	3.576	

磁磚往前移動的四輪參數應該為 0.7077:0.6704: 0.7077:0.6704

磁磚左前移動的四輪參數應該為 0.9999970 :0.002443: 0.9999970 : 0.002443

磨石子向左移動的四輪參數應該為 0.779:-0.6284: 0.779:-0.6284

磚塊向左移動的四輪參數應該為 0.7498:-0.6616: 0.7498:-0.6616

磚塊的前後移動(順著縫隙)，會造成太大誤差，所以應避免採用這種方式，如要採用，則須經較多次精確的校正參數。

※實驗中我自己選取比較明顯的車軸，要找出他實際受力的點比較難以準確，因此以實際上路的方式測出偏移的量，達成精密校準。

（二）測量麥克納姆輪的誤差：

1、改變地面材質：摩擦係數下降，精準度上升，且磚塊的縫隙微觀上隨機的影響方向，過程中的誤差也與時間點無關，他產生的誤差是沒有規律的，但是整體會往一個方向偏移，我認為固定距離的話，即設定好對應的參數才能解決他的不穩定，所以實務操作上還是要更改參數，無法直接計算得知。

2、負重部分，加上小質量可以提升精準度，但太大（超過車體原本重量的 70%）即增加誤差約 0.277 到 2.185。

3、實驗測量誤差 Tracker 程式追蹤效果不是非常穩定，因此，我抓了很多個點測量，將每個移動的向量平均，以此不斷降低不確定度。

捌、參考文獻資料

一、每日頭條（2018 年 12 月 13 日）

二、黃冠璋（2017）。**全向輪高階控制方法的開發**。東海大學電機工程學系：碩士論文。

三、尤濬哲（編著）(2021)。**IoT 物連網應用**。勁園國際股份有限公司。

四、詹秉寰（2022）。**ESP32-S Html 九宮格按鍵控制**。全國高級中等學校小論文寫作比賽工程技術類。小論文。

五、 Create A Simple ESP8266 NodeMCU Web Server In Arduino IDE。

六、PWM 介紹 家侖股份有限公司

【評語】052307

1.本作品探討麥克納姆輪車直線 360 度全向控制與角度誤差。

2.目前已有公司產品,與本作品技術類似。

3.應說明本作品之獨特性及優越性。

作品簡報

麥克納姆輪車直線360度全向控制與角度誤差之探討



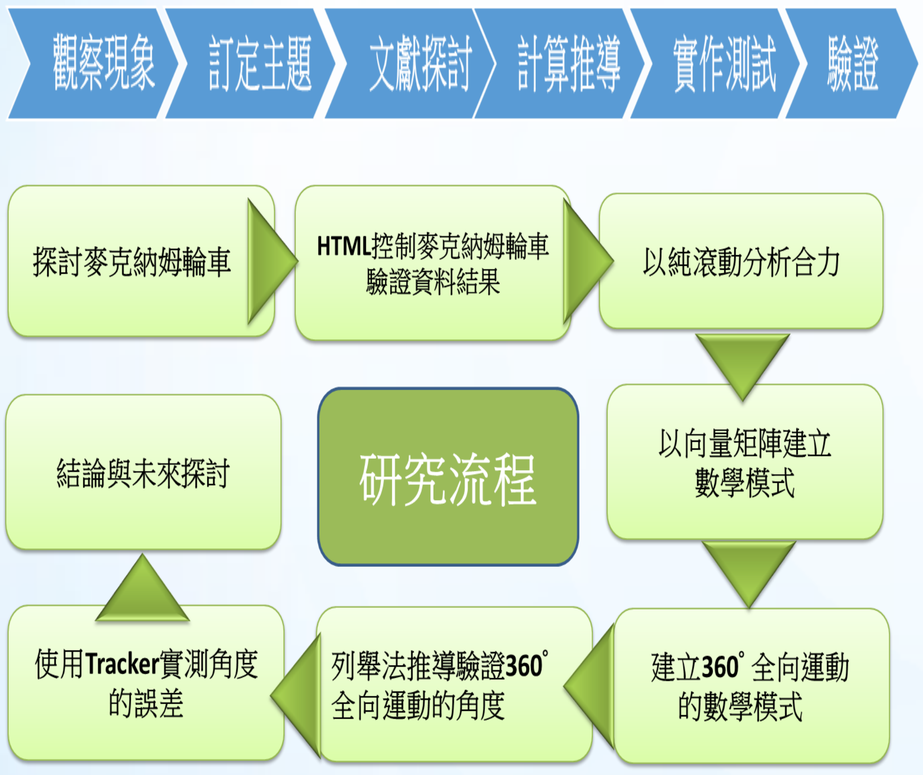
壹、探討傳統麥克納姆輪的合力分析與限制

【摘要】

本研究探索與分析擁有卓越機動性的麥克納姆輪的合力方向，通過數學推導和實際控制方式的驗證，確認其45°倍數方向移動的數學式；同時，針對麥克納姆輪的全向移動進行探討，建立360度直線移動的數學式，並利用 ESP32-S單晶片實現了數學式中速度的變化。此外，分析了不同變因對車子的影響，測試出麥克納姆輪適合的地面材質以及負重。

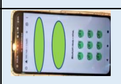
隨著 AI 的風潮，生活中愈來愈多產業引進機器人補足人力的空缺，這是不可擋的趨勢。比較起其他類型的機器人，此種能在地面上自主移動的機器人，特別是輪式機器人，由於能符合市場需求，成本較低，因而被業者廣泛接受。引進機器人的同時，業者必須排除機器人移動時的限制，以優化服務品質，而影響移動的關鍵是輪子，這便是本研究發想的起點。

圖一：研究流程



圖一資料來源：研究者自行繪製

表一：材料表

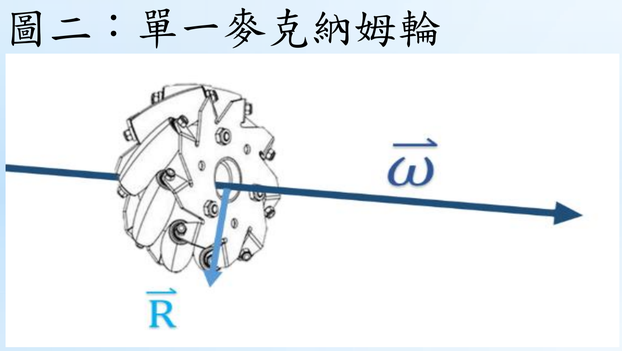
編號	材料名稱	材料型號		數量
01	麥克納姆輪	Mecanum Wheel 60mm		4
02	微控制器	ESP32-S		1
03	充電電池	NCR18650B		2
04	馬達驅動模組	L9110S		1
05	直流減速馬達	36mm DC Motor		4
06	車架板(透明)	壓克力板組件		1
07	手機	Android 系統 (九宮格按鍵網頁控制)		1

表一資料來源：研究者自行製作

麥克納姆輪車擁有卓越機動性，但運動方向僅限45度的倍數直線行進，本研究分析傳統麥克納姆輪車的合力方向如下：

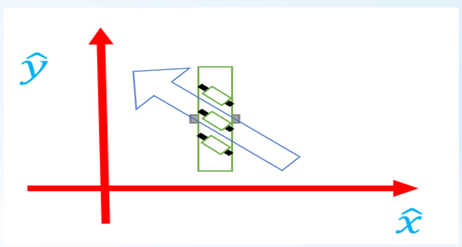
一、以純滾動分析麥克納姆輪合力如圖二、圖三

圖二：單一麥克納姆輪



圖二資料來源：研究者自行繪製

圖三：單一麥克納姆輪合力分析



圖三資料來源：研究者自行繪製

依據現有文獻麥克納姆輪車的一般運動方式，必須有兩個條件：

1. $|\overrightarrow{v_a}| = |\overrightarrow{v_b}| = |\overrightarrow{v_c}| = |\overrightarrow{v_d}| = |V_{max}|$

2. $\theta_a = \theta_C = 45^\circ$

   $\theta_b = \theta_d = 135^\circ$

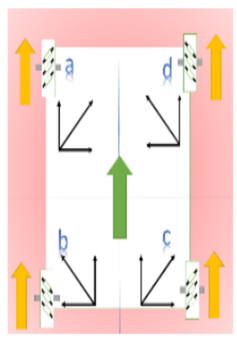
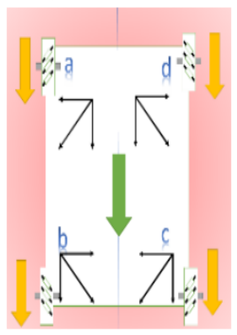
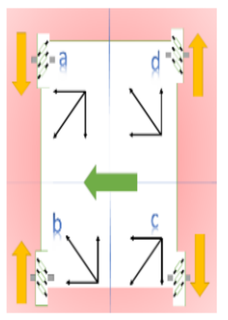
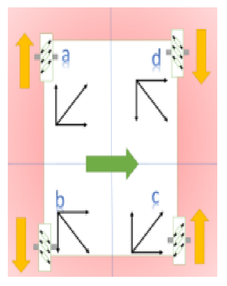
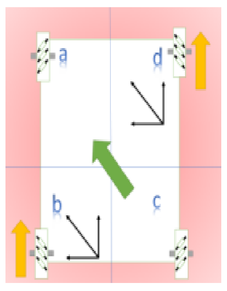
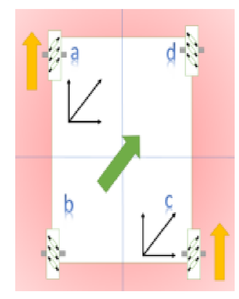
方可得到45°倍數的方向移動，但除了這些移動方向外，是否有其他方向的移動，或者甚至是全方向360°的移動，由現行運動方式的數學式如**【方程式一】**

【方程式一】

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{v_a} \\ \overrightarrow{v_b} \\ \overrightarrow{v_c} \\ \overrightarrow{v_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\overrightarrow{v_a}| * \cos\theta_a & |\overrightarrow{v_a}| * \sin\theta_a \\ |\overrightarrow{v_b}| * \cos\theta_b & |\overrightarrow{v_b}| * \sin\theta_b \\ |\overrightarrow{v_c}| * \cos\theta_c & |\overrightarrow{v_c}| * \sin\theta_c \\ |\overrightarrow{v_d}| * \cos\theta_d & |\overrightarrow{v_d}| * \sin\theta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}$$

依左方數學式，表二舉例 6種直線行進

表二：傳統麥克納姆輪車只能45度倍數直線行進表

(1)前進  $v_a = v_b = v_c = v_d = v$ $v_{合}=2\sqrt{2}v\ \hat{y}$	(2)後退  $v_a = v_b = v_c = v_d = -v$ $v_{合}=-2\sqrt{2}v\ \hat{x}$	(3)左移  $v_a = v_c = -v$, $v_b = v_d = v$ $v_{合}=-2\sqrt{2}v\ \hat{x}$
(4)右移  $v_a = v_c = v$, $v_b = v_d = -v$ $v_{合}=2\sqrt{2}v\ \hat{x}$	(5)左前移  $v_a = v_c = 0$, $v_b = v_d = v$ $v_{合}=-\sqrt{2}v\ \hat{x}+\sqrt{2}v\ \hat{y}$	(6)右前移  $v_a = v_c = v$, $v_b = v_d = 0$ $v_{合}=\sqrt{2}v\ \hat{x}+\sqrt{2}v\ \hat{y}$

表二資料來源：研究者自行製表

綜上結論：驗證傳統麥克納姆輪的合力方向結果

1. 以數學式驗證：用速度的數學方程式推導方式，驗證傳統麥克納姆輪的 45° 倍數方向移動的數學式。
2. 採用ESP32-S單晶片加上WIFI的控制法，將目前麥克納姆輪能控制 45° 倍數的方向全部實現，驗證無誤。

貳、克服傳統麥克納姆輪限制，採新方法達到全向控制

若要進行全向移動，由上頁【方程式一】可發現有兩個參數可控制，即$|\vec{v}|$和θ，而 θ 為輪子的結構，要改變控制較不可行，因此只能改變$|\vec{v}|$的大小，亦即改變輪子的轉速，而輪子轉速如何改變？根據控制原理，可用PWM （脈波調變）控制輸出電壓的平均大小，進而改變速度大小，而ESP32-S微處理機有一個12bit(4096) 的 PWM（脈波調變）輸出控制，只要運用程式即可輕易達到此一控制方法，因此，可在上頁【方程式一】加上一個變化參數，如下：

【方程式二】

$$\begin{bmatrix}\overrightarrow{v_a}\\ \overrightarrow{v_b}\\ \overrightarrow{v_c}\\ \overrightarrow{v_d}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}|V_{max}|*\frac{D_a}{4096}*\cos\theta_a & |V_{max}|*\frac{D_a}{4096}*\sin\theta_a\\ |V_{max}|*\frac{D_b}{4096}*\cos\theta_b & |V_{max}|*\frac{D_b}{4096}*\sin\theta_b\\ |V_{max}|*\frac{D_c}{4096}*\cos\theta_c & |V_{max}|*\frac{D_c}{4096}*\sin\theta_c\\ |V_{max}|*\frac{D_d}{4096}*\cos\theta_d & |V_{max}|*\frac{D_d}{4096}*\sin\theta_d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\end{bmatrix}$$

【方程式二之證明】

為證明左列矩陣中四輪麥克納姆輪車體的速度，

由$\overrightarrow{v_a}+\overrightarrow{v_b}+\overrightarrow{v_c}+\overrightarrow{v_d}$可改變車體行進方向，以嘗試帶入法，將$\overrightarrow{D_a}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\overrightarrow{D_b}=:\ \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ $\overrightarrow{D_c}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\overrightarrow{D_d}\ =\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，代入左列矩陣方程式，可得車體速度為 $\sqrt{3}\hat{x}+1\hat{y}$ ，

$\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$,$\theta=tan^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}})=30^o$

成功驗證【方程式二】，改變個別輪子的速度，確實可以改變車體行進方向，並且不是45^o的倍數。

【D參數之計算】

用PWM轉速控制，假設欲使車體往θ方向直線運動，可由上列矩陣方程式，經比例運算得如下方程式：

$$D_a:D_b:D_c:D_d=\sin(\theta+\frac{\pi}{4}):\sin(\theta-\frac{\pi}{4}):\sin(\theta+\frac{\pi}{4}):\sin(\theta-\frac{\pi}{4})$$

以嘗試帶入法，將$\theta=45^o$以及$\theta=30^o$，可得$D_a:D_b:D_c:D_d$之比值如下

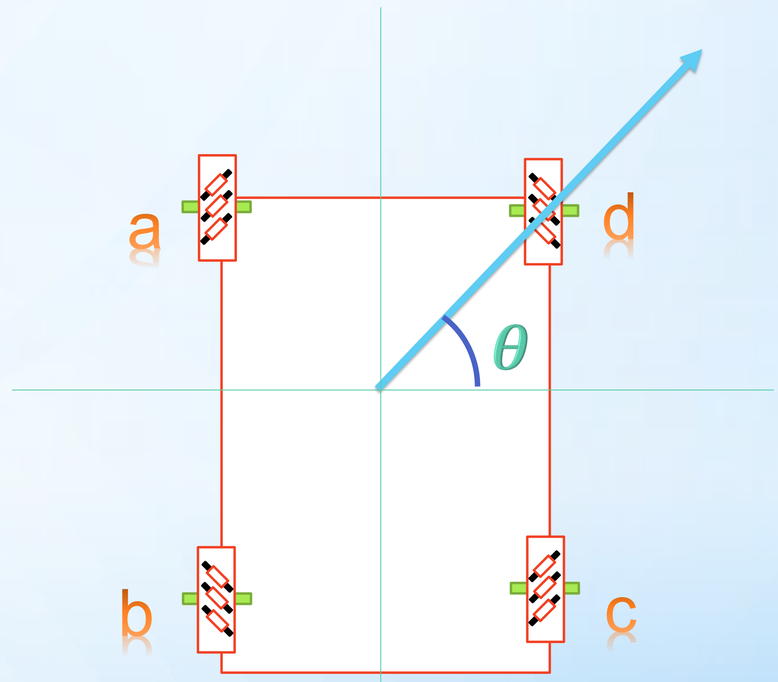
當$\theta=45^o$，比例為1:0:1:0，符合傳統45^o直線之控制，

當$\theta=30^o$，比例為$\sin75^0:\sin(-15^0):\sin75^0:\sin(-15^0)$

$$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}:\ \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}:\ \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}:\ \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

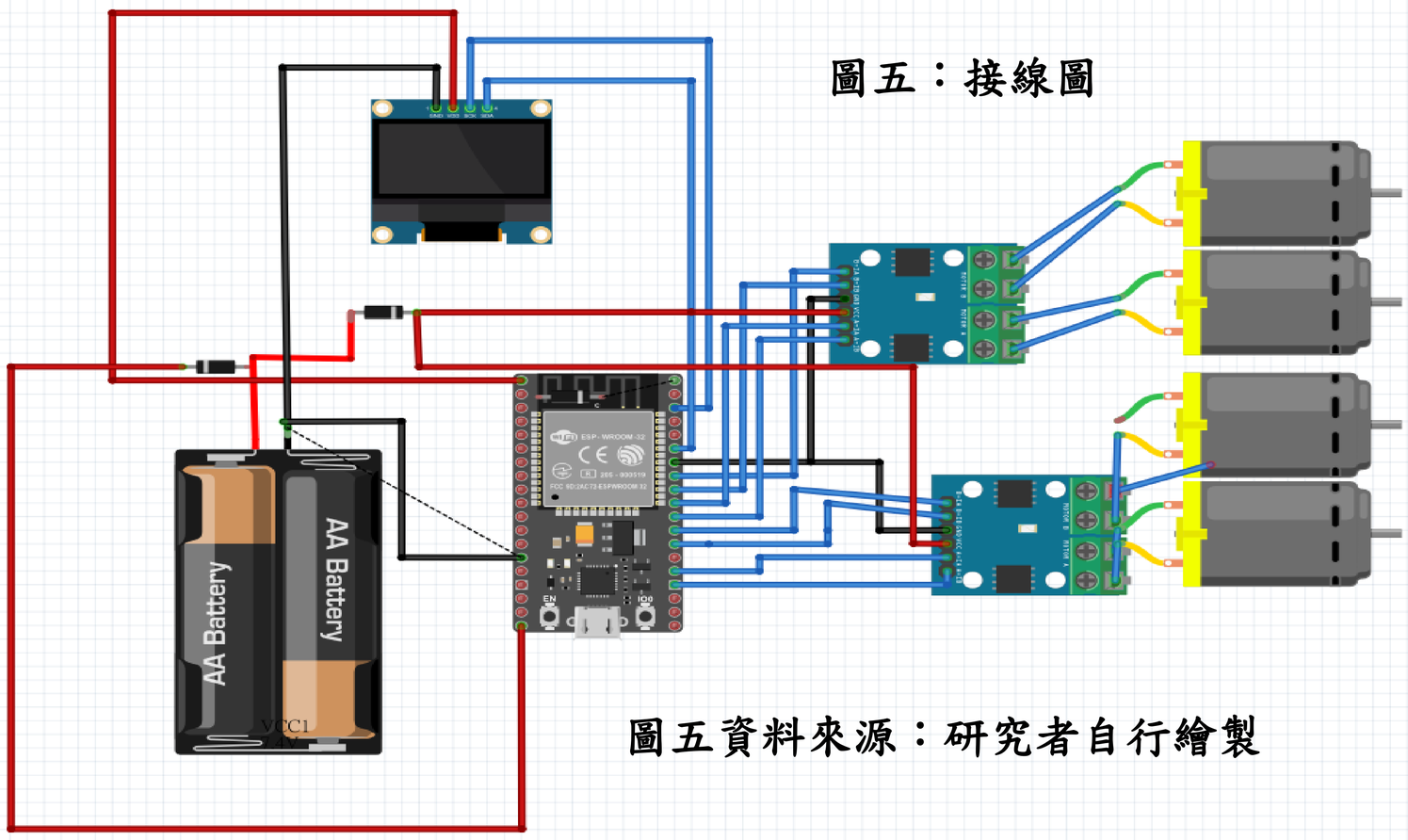
符合右上方【矩陣方程式之證明】中的算式，證明可找出控制任何角度直線運動之D參數的比例值。

圖四：麥克納姆輪剖面圖



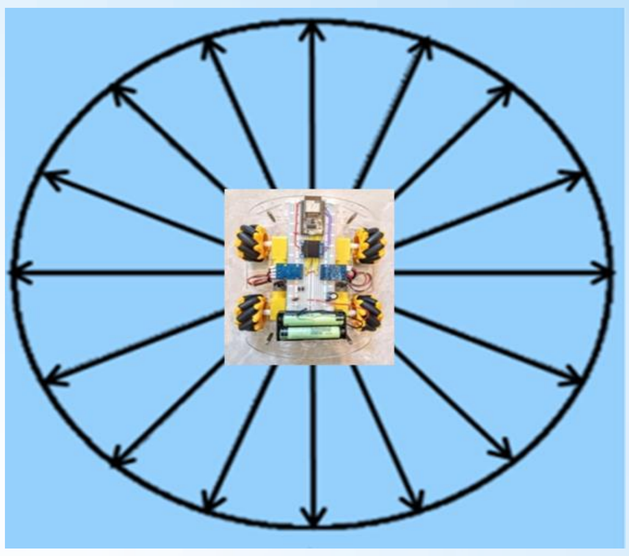
圖四資料來源：研究者自行繪製

圖五：接線圖



圖五資料來源：研究者自行繪製

圖六：全向示意圖



圖六資料來源：研究者自行繪製

綜上結論：上述推導麥克納姆輪車的全向移動結果

1. 建立數學式：用變速度建立麥克納姆輪車的全方向 360° 直線移動的數學式。
2. 使用程式解決數學式：利用PWM的控制理論，透過ESP32-S的DA輸出，解決數學式中速度的變化。

參考資料

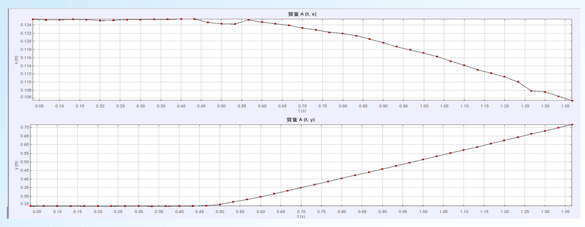
一、黃冠璋（2017）。全向輪高階控制方法的開發。東海大學電機工程學系：碩士論文。
二、尤濬哲（編著）（2021）。IoT物連網應用。勁園國際股份有限公司。
三、曹永忠、張程、鄭昊緣、楊柳姿、楊楠（2022）ESP32 程式教學(常用模組篇)。崧燁文化。
四、詹秉寰（2022）。ESP32-S Html 九宮格按鍵控制。全國高級中等學校小論文寫作比賽工程技術類。小論文。
五、家侖股份有限公司(無日期)。 PWM電路設計技術。 網路文章。

參、運用Tracker追蹤直線360°全向位置，進行精密校正

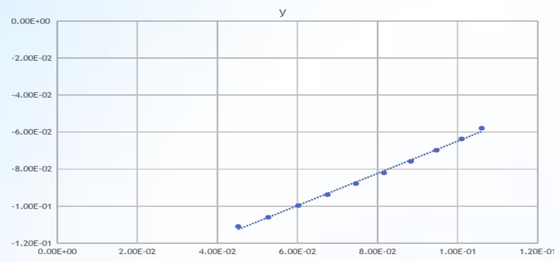
一、 地面測試：分以下三種地面（結果分別如下）

1. 磁磚

(1)前後移動

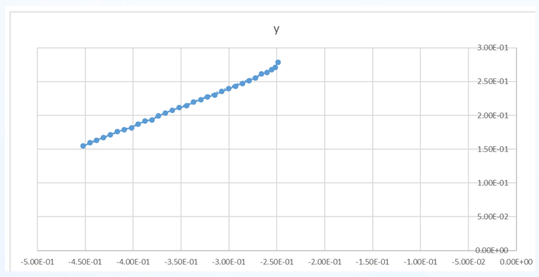


(2)45度斜移



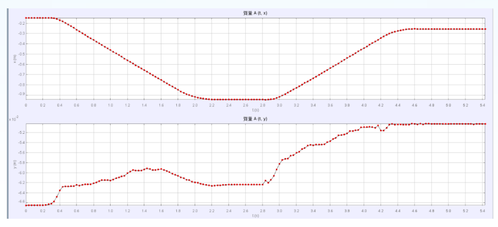
斜率0.877
為41.27度與45度相差3.73度

(3) 30度移動



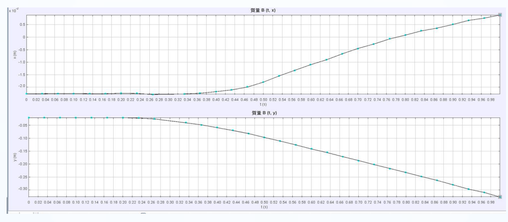
2. 磨石子地面

(1)前後移動



起始（-0.147,-0.06645）
終點（ -0.942,-0.0626）
位移向量(-0.795,0.00385)
與水平夾了0.277度

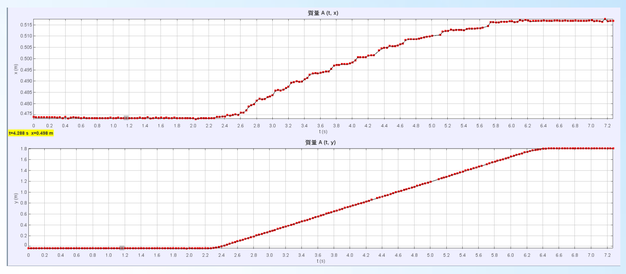
(2)左右平移



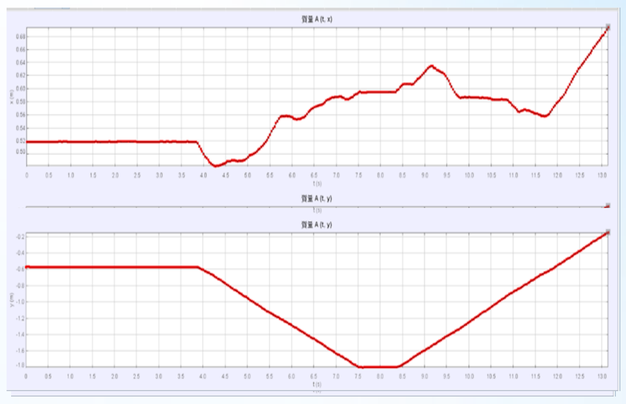
起始　（-0.025,-0.025）
終點　（ 0.0075,-0.325）
位移向量(0.0325,-0.3)
與垂直軸夾6.183度

3. 磚塊地面

(1)前後移動



(2)左右移動

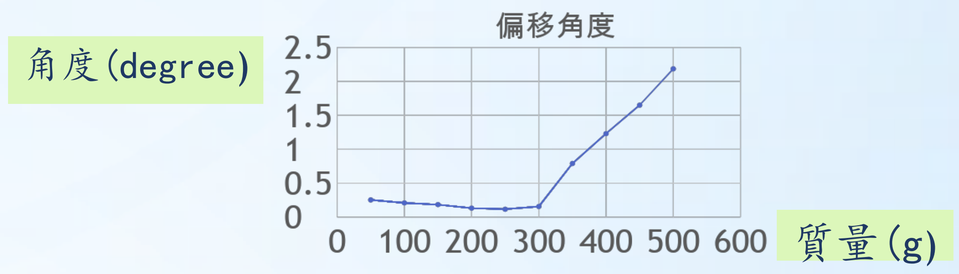


針對實驗的誤差，對誤差(偏移的距離)與時間進行分析，由下列關係圖可知，誤差與時間無太大關連性。



二、 負重測試(原車體重量735g)：

負載砝碼分別為 50g、100g、150g、200g、250g、300g、350g、400g、450g、500g，由右圖可知，200-300g是最佳負重範圍，後面的數據陡升，可能是因為重心位置改變太大導致車子偏移更多。



綜上結論

一、參數修正：

值得注意的是，研究者用PWM成功實現了全向控制，並且以常用的30度做誤差分析，在30度斜移時偏移了1.42度。以下的參數修正為先前提到的PWM方式，以三角疊合找出適合的比例。

例如:磁磚往前移動的四輪參數應該為0.7077:0.6704：0.7077:0.6704

實驗中研究者選取比較明顯的車軸，因此以實際上路的方式測出偏移的量，達成精密校準。

	前後	左右	左前
磁磚	2.9°		3.73°
磨石子	0.277°	6.183°	
磚塊	21.843°	3.576°	

二、測量麥克納姆輪的誤差：

1、地面材質：研究者認為固定距離的話，即設定好對應的參數才能解決他的不穩定，所以實務操作上還是要更改參數，無法直接計算得知。

2、負重部分，加上小質量可以提升精準度，但太大（超過車體原本重量的70%）即增加誤差約0.277到2.185。

3、實驗測量誤差Tracker程式追蹤效果不是非常穩定，因此，我抓了很多個點測量，將每個移動的向量平均，以此不斷降低不確定度。

三、實測結果：

麥克納姆輪適合在適中負重的情況下運作，在室內適合走直線，如果要走斜線可以參考我更改的參數， 在室外適合以橫移的方式，比較能克服磚塊的縫隙，麥克納姆輪模組中，移動時，部分輪子可能會沒有轉動，而輪子的摩擦力又會減速，所以作者認為如果要有效率一點移動，要離45度遠一點。

討論與未來展望

本研究探討克服傳統麥克納姆輪車僅能直線或垂直移動的控制方式，透過數學模式推導及PWM達到直線全向控制，再透過Tracker進行精密矯正。實現的解決方式皆可行，也證明無誤，但礙於現研究階段在設備、材料等方面限制，尚未以實作驗證全向控制。未來擴展為全向控制時，可採更強的CPU進行控制，或搭配數學運算的library，將大大的提升其應用範圍，如因地震位移需進行校正之設備，可將上述驗證結果帶入參數設定以達自動校正。搭配透過WIFI控制，未來將會為AI、元宇宙注人號強大後盾。